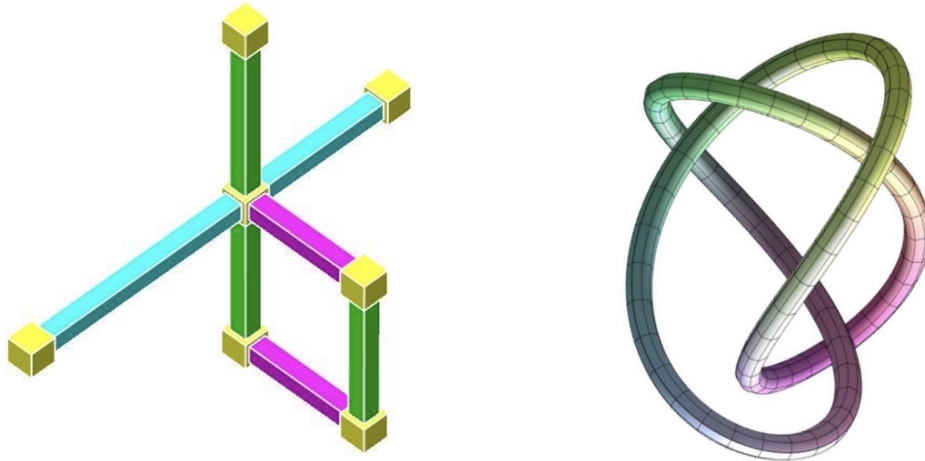


# Knots and Spatial Graphs 2021

February 1-3, 2021



Organizer Hwa Jeong Lee  
hjwith@dongguk.ac.kr

Webpage <https://mathsci.kaist.ac.kr/~jin/meetings/K&SG2021.htm>

Sponsors National Research Foundation of Korea  
Dongguk University - Gyeongju

This workshop takes place on Webex.

**Monday Morning, February 1**

- 09:20 – 09:30    Opening Remarks
- 09:30 – 11:00    Gyo Taek Jin    [Chair: S. Oh]  
*Minimal grid diagrams of the prime alternating knots with 12 crossings*
- 11:00 – 12:30    Alexander Stoimenow    [Chair: S. Oh]  
*Knot polynomial computation and application to braid index*

**Monday Afternoon, February 1**

- 13:30 – 15:00    Changhyun Lee    [Chair: H. J. Lee]  
*수학자를 위한 커뮤니케이션 키워드 10가지: 제 1강*
- 15:00 – 16:30    Hun Kim    [Chair: S. Lee]  
*한국과학영재학교 수학교육 모델*
- 16:30 – 18:00    Gye-Seon Lee    [Chair: S. Lee]  
*Geometric structures and Representation spaces*

**Tuesday Morning, February 2**

- 09:30 – 11:00    Seungsang Oh    [Chair: Y. Huh]  
*딥러닝과 수학: 제 1강*
- 11:00 – 12:30    Sangyop Lee    [Chair: Y. Huh]  
*Twisted torus knots  $T(mn + m + 1, mn + 1, mn + m + 2, -1)$   
and  $T(n + 1, n, 2n - 1, -1)$  are torus knots*

**Tuesday Afternoon, February 2**

- 13:30 – 15:00    Hwa Jeong Lee    [Chair: G. T. Jin]  
*Arc presentations of Montesinos links*
- 15:00 – 16:30    Jung Hoon Lee    [Chair: G. T. Jin]  
*Non-minimal bridge position of 2-cable links*
- 16:30 – 18:00    Changhyun Lee    [Chair: H. J. Lee]  
 수학자를 위한 커뮤니케이션 키워드 10가지: 제 2강

**Wednesday Morning, February 3**

- 09:30 – 11:00    Seungsang Oh    [Chair: H. Kim]  
 딥러닝과 수학: 제 2강
- 11:00 – 12:30    Youngsik Huh    [Chair: H. Kim]  
*On linearly free graphs*

**Wednesday Afternoon, February 3**

- 13:30 – 15:00    Changhyun Lee    [Chair: H. J. Lee]  
 수학자를 위한 커뮤니케이션 키워드 10가지: 제 3강
- 15:00 – 16:00    Sungjong No    [Chair: J. H. Lee]  
*Stick number of knots and links*
- 16:00 – 17:00    Hyungkee Yoo    [Chair: J. H. Lee]  
*Comparison of ascending number and genus of knots*
- 17:00 – 18:00    Hyoungjun Kim    [Chair: J. H. Lee]  
*Introduction to the intrinsic properties of spatial graphs*

## Table of Contents

<b>1. Youngsik Huh</b>	
On linearly free graphs . . . . .	5
<b>2. Gyo Taek Jin</b>	
Minimal grid diagrams of the prime alternating knots with 12 crossings .	5
<b>3. Hun Kim</b>	
한국과학영재학교 수학교육 모델 . . . . .	5
<b>4. Hyoungjun Kim</b>	
Introduction to the intrinsic properties of spatial graphs . . . . .	6
<b>5. Changhyun Lee</b>	
수학자를 위한 커뮤니케이션 키워드 10가지 . . . . .	6
<b>6. Gye-Seon Lee</b>	
Geometric structures and Representation spaces . . . . .	7
<b>7. Hwa Jeong Lee</b>	
Arc presentations of Montesinos links . . . . .	7
<b>8. Jung Hoon Lee</b>	
Non-minimal bridge position of 2-cable links . . . . .	7
<b>9. Sangyop Lee</b>	
Twisted torus knots $T(mn + m + 1, mn + 1, mn + m + 2, -1)$ and $T(n + 1, n, 2n - 1, -1)$ are torus knots . . . . .	8
<b>10. Sungjong No</b>	
Stick number of knots and links . . . . .	8
<b>11. Seungsang Oh</b>	
딤러닝과 수학 . . . . .	8
<b>12. Alexander Stoimenow</b>	
Knot polynomial computation and application to braid index . . . . .	9
<b>13. Hyungkee Yoo</b>	
Comparison of ascending number and genus of knots . . . . .	9

Youngsik Huh

Hanyang University

### On linearly free graphs

An embedding of a graph into the 3-space is said to be linear, if every edge in the embedding is a line segment. In addition an embedding of a graph into the 3-space is said to be free, if the fundamental group of its exterior in the 3-space is a free group. In this talk the speaker discusses graphs whose linear embedding is always free.

Gyo Taek Jin

KAIST

### Minimal grid diagrams of the prime alternating knots with 12 crossings

In this talk, we give a list of minimal grid diagrams of the 12 crossing prime alternating knots. This is a continuation of the work in <https://doi.org/10.1142/S0218216520500765>

Hun Kim

Korea Science Academy of KAIST

### 한국과학영재학교 수학교육 모델

한국 최초의 과학영재학교인 한국과학영재학교에서 2003년 이후 수행해 왔던 수학 교육 활동을 분석하였다. 이를 통해 구성원들이 공유하는 교육 모델을 제시하였다. 제시된 교육 모델에 따라 카이스트 부설화 이후 수리정보과학부에서 수행 한 교육 활동을 분류하였다. 특히, 교육 모델 안에서 매듭이론이 어떻게 활용되었는지 살펴보았다.

Hyoungjun Kim

Kookmin University

### Introduction to the intrinsic properties of spatial graphs

Spatial graph theory is an area of knot theory which has a close connection with molecular biology and chemistry. Spatial graph theory is the study of graphs embedded in  $S^3$ . Most of the work in this area is rooted in the result of Conway and Gordon's intrinsic properties of graphs. In this talk, I introduce intrinsic properties and their result.

Changhyun Lee

Kookmin University

### 수학자를 위한 커뮤니케이션 키워드 10가지

**제1강의: 인간과 커뮤니케이션** 호모커뮤니쿠스(Homo Communicus)라는 말이 있는 것처럼 인간은 커뮤니케이션 없이는 존재 할 수 없다. 과학과 사회도 긴밀한 커뮤니케이션을 통해 발전한다. 동서양의 문명소통을 통해 만들어진 구텐베르크의 출판 미디어 기술은 유럽의 과학기술을 보편화시켰고, 혁명적으로 발전시켜왔다. 커뮤니케이션과 미디어기술이 인류역사를 바꾸어 온 예라고 할 수 있다. 미디어 인문학 특강에서는 첫째 강의에서는 과학자라면 꼭 알아야할 인간과 커뮤니케이션의 기본적 원칙을 소개하고자 한다.

키워드: #호모커뮤니쿠스, #인간역사, #커뮤니케이션

**제2강의: 미디어와 문명-구텐베르크 전후** 미디어의 역사의 발전 속에서 인간은 어떻게 다양한 문명을 만들어 왔는지를 파악해보고자 한다. 월터옹(Walter Ong)은 인간의 문화를 구술문화와 문자문화로 나누면서 그 특성을 살펴보았다. 미디어 양식이 인간의 문명양식을 결정한다는 것이다. 이것은 맥루한(Marshall McLuhan)의 미디어는 메시지라는 말로도 이어진다. 이러한 맥락에서 구술문명, 문자문명의 차이를 살펴보고, 사진과 영화등의 미디어 발명으로 비롯한 영상문명이 인간 문명을 변화시켜 왔는가를 살펴보고자 한다.

키워드: #문자문화, #맥루한, #영상시대

**제3강의: 미디어 프레임과 소셜 미디어** 월터리프만(Walter Lippmann)은 여론이라는 책에서 미디어는 우리 머리 속의 그림을 결정한다고 했다. 신문과 방송등 레저시 미디어의 의제설정(Agenda Setting)기능과 프레임효과(Frame Effect)등을 살펴보고, 이것이 유튜브로 대변되는 소셜미디어의 시대에 어떻게 달라지고 있는지를 파악해보고자 한다. 최근 소셜미디어는 가짜뉴스의 중요한 정보원이 되어 사람들로 하여금 확증 편향을 강화시킨다는 지적을 받고 있는 바, 이에 대한 해결책도 제시해보고자 한다.

키워드: #의제설정, #프레임효과, #확증편향, #가짜뉴스

Gye-Seon Lee

Sungkyunkwan University

### **Geometric structures and Representation spaces**

Let  $X$  be a homogeneous space for a Lie group  $G$ . A  $(G, X)$ -structure on a manifold  $M$  is an atlas of coordinate charts valued in  $X$ , such that the changes of coordinates locally lie in  $G$ . It is a fundamental question to ask how many ways one can put a  $(G, X)$ -structure on  $M$ , i.e. what is the space of  $(G, X)$ -structures on the manifold  $M$ ? In this talk, I will explain the strong interaction between the space of  $(G, X)$ -structures on  $M$  and the space of representations of the fundamental group of  $M$  into  $G$ . In particular, I will describe the current understanding of these spaces, focusing on the case when  $X$  is real projective space and  $G$  is the group of projective automorphisms of  $X$ .

Hwa Jeong Lee

Dongguk University - Gyeongju

### **Arc presentations of Montesinos links**

Let  $L$  be a Montesinos link  $M(-p, q, r)$  with positive rational numbers  $p, q$ , and  $r$ , each less than 1, and  $c(L)$  the minimal crossing number of  $L$ . In this talk, we construct arc presentations of  $L$  with  $c(L)$ ,  $c(L) - 1$ , and  $c(L) - 2$  under some conditions for  $p$ ,  $q$ , and  $r$ . Furthermore, we determine the arc index of infinitely many Montesinos links.

Jung Hoon Lee

Jeonbuk National University

### **Non-minimal bridge position of 2-cable links**

A knot (or link) in bridge position is said to be *perturbed* if it admits a cancelling pair of bridge disks, which can be used to give a lower index bridge position. Suppose that every non-minimal bridge position of a knot  $K$  is perturbed. We show that if  $L$  is a 2-cable link of  $K$ , then every non-minimal bridge position of  $L$  is also perturbed.

Sangyop Lee

Chung-Ang University

**Twisted torus knots  $T(mn + m + 1, mn + 1, mn + m + 2, -1)$  and  $T(n + 1, n, 2n - 1, -1)$  are torus knots**

A twisted torus knot  $T(p, q, r, s)$  is a torus knot  $T(p, q)$  with  $r$  adjacent strands twisted fully  $s$  times. In this paper, we determine the braid index of the knot  $T(p, q, r, s)$  when the parameters  $p, q, r$  satisfy  $1 < q < p < r \leq p + q$ . If the last parameter  $s$  additionally satisfies  $s = -1$ , then we also determine the parameters  $p, q, r$  for which  $T(p, q, r, s)$  is a torus knot.

Sungjong No

Kyonggi University

**Stick number of knots and links**

Negami found an upper bound on the stick number  $s(K)$  of a nontrivial knot  $K$  in terms of the minimal crossing number  $c(K)$ :  $s(K) \leq 2c(K)$ . Huh and Oh found an improved upper bound:  $s(K) \leq \frac{3}{2}(c(K) + 1)$ . Huh, No and Oh proved that  $s(K) \leq c(K) + 2$  for a 2-bridge knot or link  $K$  with at least six crossings. Lee, No and Oh found an upper bound on the stick number of Montesinos knots and links. If each rational tangle in the diagram has five or more index of the related Conway notation, then  $s(K) \leq c(K) + 3$ . Furthermore, if  $K$  is alternating, then we can additionally reduce the upper bound by 2. In this talk, we introduce the upper bounds on stick number of knots and links and proof.

Seungsang Oh

Korea University

**딥러닝과 수학**

최근 4차 산업혁명의 주요한 기술로 딥러닝이 많은 주목을 받고 있습니다. 2016년 사람들에게 강한 인상을 남긴 AlphaGo를 비롯하여, 영상인식, 음성인식, 헬스케어, 자율주행 자동차, 고장 진단 등 다양한 분야에 활용되고 있습니다. 이번 강의를 통해 딥러닝에 사용되는 기본적인 개념들을 배우고자 합니다. 특히 인공신경망의 구조, 경사하강법, 역전파 등에 대해서 자세히 배웁니다.



Alexander Stoimenow

KAIST

**Knot polynomial computation and application to braid index**

This is a continuation of my talks on computational knot theory. I'll review history of some knot polynomial calculation programs, and my effort to use them in compiling a braid index table, along with some implementation problems arising. Notes and links to previous talks are at the bottom of <http://www.stoimenov.net/stoimeno/homepage/talks/>.

Hyungkee Yoo

ETRI

**Comparison of ascending number and genus of knots**

In 2010, Ozawa defined an ascending number  $a(K)$  of knot  $K$  which is the minimal number of different crossings between any knot diagram of  $K$  and the corresponding descending diagram. In this talk, we compare the ascending number  $a(K)$  and the genus  $g(K)$ . Furthermore, we calculate the upper bound of ascending number of genus one two bridge knots.