

POW 2017-06 : Powers of 2

Ki Joung Jang

April 8, 2017

답은 **무한히 많다**이다. 2^n 의 첫 자리가 9일 필요충분조건은

$$\log_{10} 9 \leq \langle n \log_{10} 2 \rangle < 1$$

인데, $\log_{10} 2$ 가 무리수임은 거의 자명하므로 Weyl's Equidistribution Theorem에 의해 $\langle n \log_{10} 2 \rangle$ 은 $[0, 1)$ 상에서 균등하게 분포하며 이는 $[\log 109, 1)$ 에서도 마찬가지이다. 이 구간의 측도는 0보다 반드시 크므로 무한히 많이 존재하게 된다.