

# KAIST POW 2014-05

KAIST 13학번 (수리과학과)  
박훈민(Hun-Min, Park)

## Problem.

Let  $n, k$  be positive integers and let  $A_1, A_2, \dots, A_n$  be  $k \times k$  real matrices. Prove or disprove that

$$\det \left( \sum_{i=1}^n A_i^t A_i \right) \geq 0$$

## Proof.

$B = \sum_{i=1}^n A_i^t A_i$ 라고 하자. 임의의 real square matrix  $A$ 에 대하여  $A^t A$ 는 항상 positive-semidefinite 이므로,  $i = 1, 2, \dots, n$ 에 대하여  $A_i^t A_i$ 는 각각 positive-semidefinite이다. 따라서  $B$ 도 positive-semidefinite이고, positive-semidefinite matrix는 항상 nonnegative determinant를 가지므로,  $\det B \geq 0$ 를 얻는다.  $\square$