일단 다음의 보조정리를 증명하자. (빨간 부분은 원래 제출한 풀이에는 없던 부분입니다)
보조정리: R의 원소 p,q와 I의 모든 원소 c에 대하여, $pc=qc$라면 $p=q$.

증명: $pc=qc$에서 $(p-q)c=0$이다. 임의의 0이 아닌 R의 원소 a~~와~~에 대해 항상 I의 어떤 원소 l~~에 대해~~이 있어서 $al\neq 0$이므로 $p-q=0$, 즉 $p=q$.

k에 대한 귀납법으로 증명한다.

i) $k=2$일 때
a,b가 R의 임의의 원소이고 x,y가 I의 임의의 원소라 하자.
$abxy=a(bx)y=ay(bx)=(ay)(bx)=(bx)(ay)=bx(ay)=b(ay)x=ba(yx)=baxy$
따라서 $abxy=baxy$, $(ab-ba)xy=0$.
보조정리에 의해 $ab=ba$.

ii) $k=m-1$인 경우에 문제가 증명되었다고 하자.
$\pi(1)=1$이라면 $a_1a_2\cdots a_m=a_1a_{\pi(2)}\cdots a_{\pi(m)}$에서
보조정리에 의해 $a_2\cdots a_m=a_{\pi(2)}\cdots a_{\pi(m)}$이다. 이제 $k=m-1$인 경우에 의하여 증명되었다.

$\pi(1)\neq 1$이면 1 이상 m 이하의 모든 자연수 i에 대해 $\pi^n(i)=i$이 되게 하는 1보다 큰 자연수 n이 존재한다.
a,b가 R의 임의의 원소이고 $x_1,x_2,\cdots,x_m$이 I의 임의의 원소라 하자.
$bx_1=y_1$, 나머지 경우에 $x_i=y_i$라 하고,
$ay_{\pi(1)}=z_{\pi(1)}$, 나머지 경우에 $y_i=z_i$라 하고,
$x_1=w_1$, 나머지 경우에 $z_i=w_i$라 하자.

$$abx_1x_2\cdots x_m=ay_1y_2\cdots y_m=a\prod_{i=1}^{m}y_i=a\prod_{i=1}^{m}y_{\pi(i)}=\prod_{i=1}^{m}z_{\pi(i)}$$

$$=\prod_{i=1}^{m}z_{\pi^n(i)}=\prod_{i=1}^{m}z_i=z_1z_2\cdots z_m=bx_1z_2z_3\cdots z_m=b\prod_{i=1}^{m}w_i=b\prod_{i=1}^{m}w_{\pi(i)}$$

$$=bax_{\pi(1)}x_{\pi(2)}\cdots x_{\pi(m)}=bax_{\pi^n(1)}x_{\pi^n(2)}\cdots x_{\pi^n(m)}=bax_1x_2\cdots x_m$$

이제 보조정리에 의하여 $ab=ba$이다.