

POW 2009-8

2009 학번 무학과 김호진

Prove that for every positive integer k , there exists a positive Fibonacci number divisible by k .

sol)

$F_0 \equiv 0, F_1 \equiv 1, F_2 \equiv 1 \pmod{k}$ 이다.

$0, 1, \dots, (k-1)$ 중의 두 수의 순서쌍은 유한 개 밖에 없으므로, $(F_a, F_{a+1}) \equiv (F_b, F_{b+1}) \pmod{k}$ 를 만족하는 자연수쌍 (a, b) 가 반드시 존재한다($a < b$). 그러면, $F_{b-1} \equiv F_{a-1}, \dots, F_{b-a} \equiv F_{a-a} = 0 \pmod{k}$ 이므로, $k|F_{b-a}$ 이다.