

# POW 2009-8

2009 학번 무학과 김호진

Prove that for every positive integer  $k$ , there exists a positive Fibonacci number divisible by  $k$ .

sol)

$F_0 \equiv 0, F_1 \equiv 1, F_2 \equiv 1 \pmod{k}$  이다.

$0, 1, \dots, (k-1)$  중의 두 수의 순서쌍은 유한 개 밖에 없으므로,  $(F_a, F_{a+1}) \equiv (F_b, F_{b+1}) \pmod{k}$  를 만족하는 자연수쌍  $(a, b)$  가 반드시 존재한다( $a < b$ ). 그러면,  $F_{b-1} \equiv F_{a-1}, \dots, F_{b-a} \equiv F_{a-a} = 0 \pmod{k}$  이므로,  $k|F_{b-a}$  이다.